



Esszé : „ A fizika kultúrtörténete”

A kvantummechanika születése

Írta:
Papp Ildikó
Fizika BSc.
2010/2011. őszi félév

1. Tartalomjegyzék

1. Tartalomjegyzék.....	1
2. Amire a klasszikus fizika nem tudott választ adni	2
2.1. A fekete test sugárzása	3
2.2. A fotoeffektus	5
2.3. Ekvipartíció-tétel sérülése.....	6
2.4. Gibbs paradoxon	6
2.5. Az atom felépítése.....	8
2.5.1. Thomson és az elektron	8
2.5.2. Rutherford, a századforduló legnagyobb kísérleti fizikusa	8
2.5.3. Az atomok vonalas spektruma	9
2.5.4. de-Broglie és a vezérhullám	10
2.5.5. A Schrödinger egyenlet és a hullámfüggvény	11
2.5.6. Isten kockázik?!	12
3. Irodalomjegyzék	14

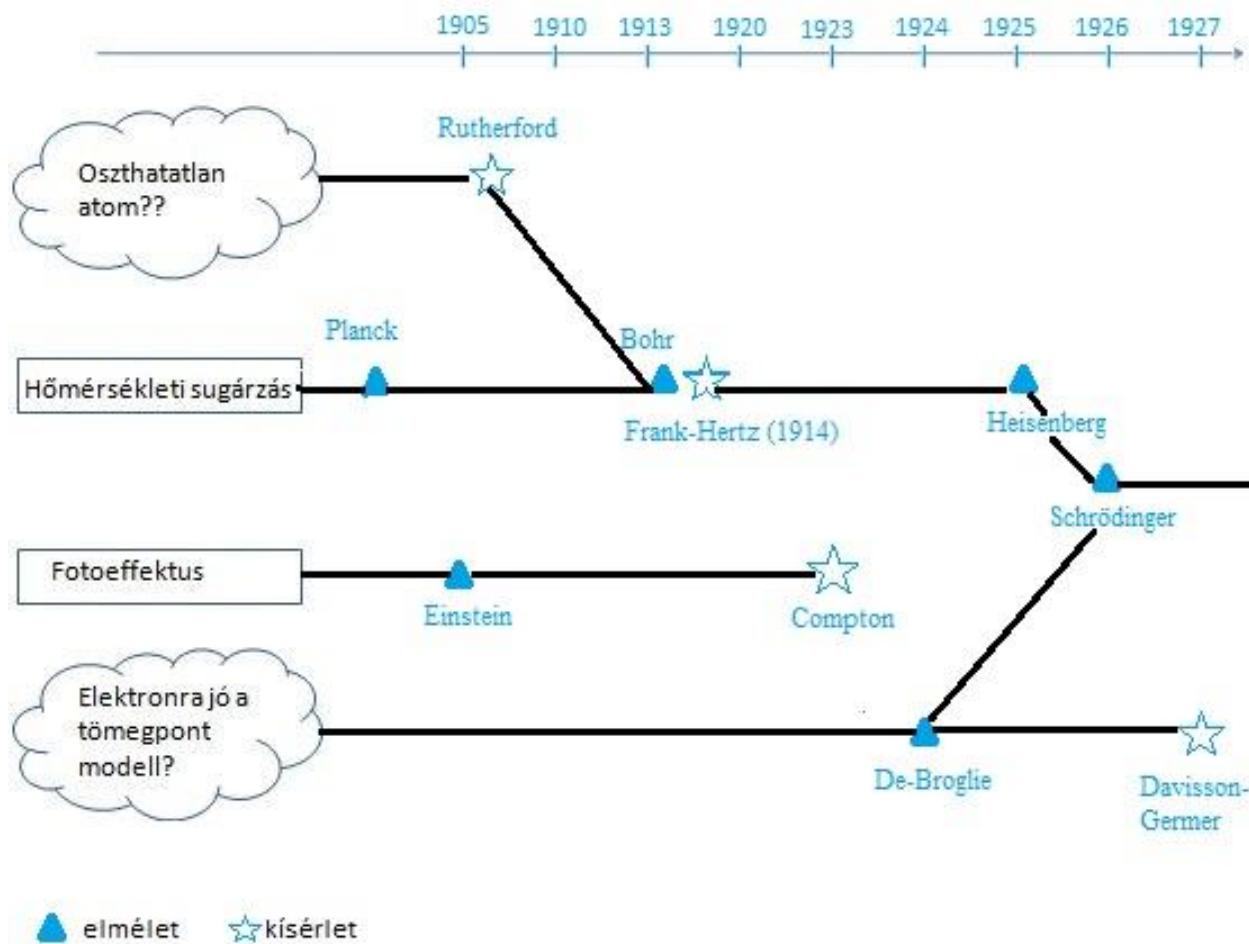
Azok, akiket nem sokkol, amikor először találkoznak a kvantummechanikával, valószínűleg nem értették meg. / Niels Bohr/

2. Amire a klasszikus fizika nem tudott választ adni

"A tudomány nagy tragédiája, ahogyan egyetlen rusnya tény lemészárol egy gyönyörű elméletet" /Thomas Huxley/

A XIX. század végére a kor fizikusai olyan jelenségekkel találták magukat szemben, melyeket akárhogyan is próbálkoztak, nem tudtak megmagyarázni a klasszikus fizika elméleteivel. Ezzel kapcsolatosan a legfőbb probléma abban gyökerezik, hogy a fizikára és a természettudományokra általában az jellemző, hogy minden elméleti állítás kísérleti igazolást követel és minden kísérleti eredmény elméleti magyarázatot igényel.

Lássuk most, hogy milyen megoldatlan problémák merültek fel a századfordulóra, illetve hogy ezekből a problémákból milyen kísérletek illetve elméletek születtek, melyek segítségével megszületett a kvantummechanika (1. ábra):



1. ábra Időháló

2.1. A fekete test sugárzása

A századforduló környékén a fizikusok egyik fő kutatási területe a termikus sugárzás volt. Tulajdonképpen itt arról van szó, hogy minden $T \neq 0$ K hőmérsékletű test szakadatlanul sugároz. A sugárzás leírására több kísérletet is tettek, melyek során a fekete-test modellt alkalmazták. A modell szerint egy üreget vizsgálunk, melynek falán az üreg méretéhez képest kicsi nyílás van (1. ábra). A nyíláson bejutó fény csak végtelen sok reflexió után érheti el újra az üreg nyílását, tehát ekkorra gyakorlatilag zérus az intenzitása. Az ilyen testeket /üregeket/ nevezzük fekete testnek (2. ábra). Termikus mozgásuknak köszönhetően maguk az üreg falát alkotó atomok is sugároznak. Mivel egyensúlyban az üreg falát alkotó atomok termikus mozgása során kisugárzott energia és az atomok által elnyelt energia egyenlő következik, hogy a nyíláson kisugárzott energiasűrűségnek kapcsolatban kell állnia az üregben kialakult elektromágneses



2. ábra Fekete test

térrel. Az energiasűrűség spektrumát számos alkalommal próbálták meghatározni a klasszikus fizika törvényeivel, mindhiába.

Az energiasűrűsége az első összefüggést Kirchhoff adta meg, mely szerint

$$\frac{\epsilon(\nu, T)}{a(\nu, T)} = u(\nu, T),$$

ahol $\epsilon(\nu, T)$ az anyag emissziós, $a(\nu, T)$ pedig az anyag abszorpciós tényezője.

Ebből gyakorlatilag triviális módon következik, hogy a két tényező nem lehet független egymástól.

A további vizsgálatok egyik első eredményét W. Wien érte el, aki meghatározta az energiasűrűség-frekvencia függvény maximumainak helyét a hőmérséklet függvényében. Az általa felállított összefüggést a következő formulával adhatjuk meg: $\frac{\nu_{m2}}{\nu_{m1}} = \frac{T_2}{T_1}$, ahol ν_{mi} a

maximumokhoz tartozó frekvenciák, T_i pedig az adott hőmérséklet. Ez azt jelenti, hogy nagyobb hőmérséklethez nagyobb maximális érték tartozik, nagyobb frekvencián. Mivel a görbe pontos alakját még mindig nem sikerült leírni újabb próbálkozások születtek. Ilyen volt például J.W.S Rayleigh és J.H. Jeans sugárzás energiasűrűségére adott formulája:

$$u(\nu) d\nu = \frac{8 \cdot \pi \cdot \nu^2}{c^3} \cdot k \cdot T d\nu,$$

ahol u az energiasűrűség, k a Boltzmann-állandó, T a hőmérséklet,

c a fénysebesség, ν pedig a frekvencia. Látható, hogy az összefüggés magas frekvenciákon divergál; ezt nevezik "ultraibolya katasztrófának".

A problémát végül Max Planck (3. ábra) oldotta meg azzal, hogy feltételezte, hogy az energia diszkrét adagokban van jelen. Ezzel az összefüggéssel Planck megalkotta a kvantummechanika alapjait. Ekkor 1900. december 14-ét írunk. (Ezen a napon hangzott el a német Fizikai Társaság ülésén Planck előadása, amelynek a címe: "A normálspektrum energiaeloszlási törvényének az elmélete" volt.) A Planck által levezetett összefüggés:

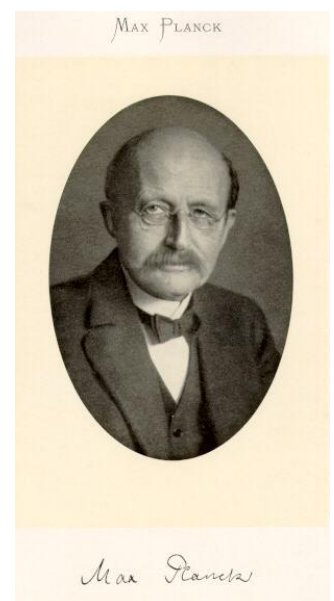
$$u(\nu) d\nu = \frac{8 \cdot \pi \cdot \nu^2}{c^3} \cdot \frac{h \cdot \nu}{e^{kT/h\nu} - 1} d\nu,$$

ahol h a Planck-állandó vagy más néven

hatáskvantum. A későbbiek során kiderült hogy a "h" nem egy új természeti állandó, mivel nem fejezhető ki a már ismert klasszikus természeti állandókkal. A "h" ma már minden atomi szinten lezajló esemény modelljében megjelenik.

Az 1918-as fizikai Nobel-díjat Max Planck kapta a „hatáskvantum **3. ábra Max Planck felfedezéséért**”.

Planck visszaemlékezésében a hatáskvantum így szerepel:



"Rövidesen próbálkozni kezdtem, hogy a h hatáskvantumot valamiképpen bekényszerítsem a klasszikus elmélet kereteibe, de ez minden ilyen kísérletnek makacsul ellenszegült. ... Hiábavaló fáradozásaim több éven át elhúzódtak és igen sok munkámba kerültek. Néhány kollegám valami tragikust látott ebben. Nekem más a véleményem. Számomra értékesebb volt a nyereség, amelyet ez az alapos feltárás hozott. Ma már tudom, hogy a h hatáskvantum a fizikában sokkal jelentősebb szerepet játszik, mint ahogy kezdetben gondoltam. Látom, milyen elkerülhetetlenül szükséges, hogy atomi problémák tárgyalásánál teljesen új szemléletet, teljesen új számítási módszert vezessünk be. "

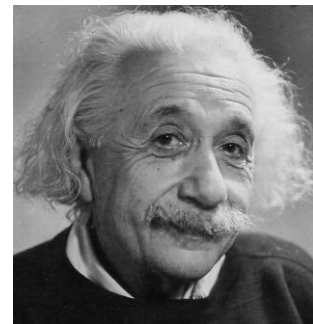
Az idézet alapján látható, hogy maga Planck egy végtelenül szerény és a természet megértését áhító fizikus volt.

2.2. A fotoeffektus

A kvantummechanika kialakulásának fontos állomása volt az ún. "fényelektromos jelenség". Ma már tudjuk, hogy a fémekben könnyen mozgó elektronok vannak, amelyeket onnan ki is lehet „szabadítani”. A kísérleti tapasztalatok szerint, ha egy fémlapra fény esik, akkor a fémből elektronok lépnek ki.

A Maxwell-féle elektrodinamika törvényei szerint könnyen arra a következtetésre juthatunk, hogy a fémből kilépő elektron kinetikus energiája a fény intenzitásával lesz arányos. Viszont „sajnos” a kísérleti tapasztalatok nem ezt igazolják. „Sajnos” azért, mert ekkor a Huxley féle elmélet (lásd bevezető idézet) szerint ekkor el kellene dobnunk a klasszikus fizika elméleteit.

1905-ben az *Annalen der Physik* c. folyóiratban Albert Einstein (4. ábra) három kulcsfontosságú cikket közölt (tárgyalta a Brown-mozgást, a mozgó testek elektrodinamikáját, illetve a fotoeffektust). Einstein ekkor 26 (!) éves volt.



A cikkben Einstein Planck nyomán feltételezte, hogy a ν frekvenciájú fény az elektronnal való kölcsönhatás során az elektronnak csak " $h\nu$ " nagyságú energiát adhat át. Ezt az fénykvantumot fotonnak nevezte el. Ha ez az energia kisebb, mint az elektront a fémfelülethez kötő maximális energia (ezt a 0Φ "kilépési munkának" nevezik.)

4. ábra Albert Einstein

akkor az elektron nem tud kilépni a fémből. Megszületett tehát a foton. Lássuk, milyen fogadtatásra talált:

" Einstein nagyságából mit sem von le az a körülmény, hogy más tanulmányaiban kalandos és megalapozatlan hipotézisekbe bocsátkozik. Egyik ilyen hipotézise fénykvantumok létezésének a feltételezése ". (Planck)

Érdekes módon, mintegy 15 év alatt a foton-elmélet olyannyira beépült a kor fizikusainak gondolkodásmódjába, hogy 1921-ben Einstein fizikai Nobel-díjat kapott az: "érdemdús matematikai-fizikai kutatásaiért, különös tekintettel a fényelektromos -jelenség törvényének a felfedezésére "

1923-ra a foton-elméletet A. H. Compton kísérletileg is bizonyította, melyért illetve a róla elnevezett „Compton-effektus” felfedezéséért 1927-ben Nobel díjat kapott.

2.3. Ekvipartíció-tétel sérülése

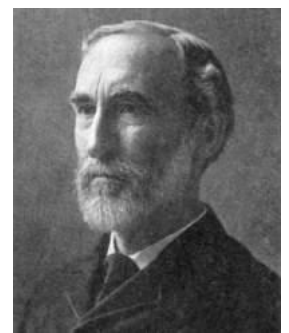
A XX. század elejére elmondható volt, hogy a klasszikus fizikán belül a termodinamikát „viszonylag” kiforrt tudományágnak tekintették. E tudományág egyik leginkább elfogadott tétele az ekvipartíció-tétel volt. E tétel szemléletes jelentése, hogy minden szabadsági fokra $kT/2$ energia jut, ahol k a Boltzmann-állandó, T pedig a hőmérséklet Kelvin-fokokban.

E tételből a fajhő definíciója alapján következik, hogy a fajhő azonos szabadsági fokú molekulákra állandó. Ennek ellenér kísérleti úton bizonyítható, hogy alacsony hőmérsékleteken az anyagok fajhője (például H_2 gáz $T < 40$ K esetén) nullához tart, ráadásul ezen a részen a hőmérsékletfüggés köbös.

A probléma feloldását Einstein illetve Debye adták meg, de ezzel a megoldással jelen dolgozatban nem kívánok részletesebben foglalkozni, mivel az bőven túlmutat a kívánt terjedelmen, hiszen a levezetések megkívánják a statisztikus fizika alapjait.

2.4. Gibbs paradoxon

A probléma:



Elméleti úton levezethető, hogy két gáz elegyedésénél bekövetkező entrópia- változást a $\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_{p,n} = -S$ kifejezéssel adhatjuk meg, ahol G a keveredési szabad entalpia, T a

hőmérséklet, p a nyomás, n az anyagmennyiség, S pedig az entrópia. Ebből következik, hogy az entrópia-változásra írhatjuk, hogy:

$$\left(\frac{\partial \Delta G}{\partial T}\right)_{p,n} = -\Delta S = -(n_1 \cdot R \cdot \ln x_1 + n_2 \cdot R \cdot \ln x_2), \text{ ahol } x_{1,2} \text{ az egyes gázok}$$

5. ábra Willard Gibbs

móltörtjei, R pedig a gázállandó.

Az elméletet igazolni látszik, hogy $\Delta S > 0$, viszont belátható, hogy ezek az eredmények csak különböző gázok esetén helyesek. Ezt a paradoxont Willard Gibbs (5. ábra) fogalmazta meg.

A probléma feloldását Boltzmann adta meg, azzal, hogy az entrópiára az alábbi definíciót adta meg: $S = k \cdot \ln \Omega(E, \delta E)$, ahol k a Boltzmann-állandó, $\Omega(E, \delta E)$ pedig $(E, \delta E)$

energiaintervallumba eső molekulák állapotsűrűsége. Boltzmann feltevése szerint ezek a molekulák nem megkülönböztethetőek. Ez a feltevés feloldja a Gibbs-paradoxont.

2.5. Az atom felépítése

2.5.1. Thomson és az elektron

A minket körülölelő anyag felépítése már a kezdetektől foglalkoztatta az emberiséget. A különböző építőkövekről szóló értekezés egy külön könyvet tölthetne meg. Az atom fogalma először az ókori görögöknél került elő. Ők úgy gondolták – és sokáig ez az elképzelés tartotta magát, hogy az az anyag végső, legkisebb építőeleme. A XIX. század végére azonban a katódsugárzás vizsgálatával új addig ismeretlen, elektromos töltéssel rendelkező részecskék áképe sejlett fel. J. Stoney 1890-ben ezeknek a részecskéknek az „elektron” nevet adta.

Amikor 1897-ben Sir Joseph John Thomson (6. ábra) a katódsugarak elhajlást vizsgálta elektromos térben sikerült bebizonyítania, hogy a katódsugárzás valóban negatív töltések (tehát elektronok) áramlásából áll. Ettől a perctől fogva az atom nem volt többé oszthatatlan.

Thomsonnak ezen kívül sikerült meghatároznia az elektronok tömeg-töltés arányát, majd levonnia a következtetést, hogy az elektron univerzális és elemi részecske. Munkásságáért Thomson 1906-ban kapta meg a fizikai Nobel-díjat.

A századfordulóra Thomson felépítette saját atommodelljét, az ún. „mazzolás puding”-modellt.

Eszerint az atom egy kb. 10-10 m átmérőjű gömb alakú egyenletes pozitív töltéseloszlás, amelyben pontszerű elektronok úszkálnak.

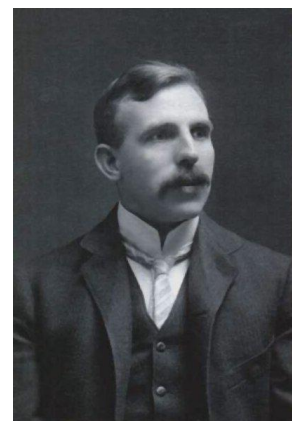


6. ábra Sir Joseph John Thomson

2.5.2. Rutherford, a századforduló legnagyobb kísérleti fizikusa

Ernest Rutherford angol fizikus közvetlen mérésekkel szeretne volna ellenőrizni a modell helyes voltát. Rutherford ezen kísérletét beavagatták minden idők tíz legszebb fizikai kísérlete közé. (<http://www.origo.hu/tudomany/technika/20060124atiz.html>)

A kísérletben Rutherford elektronjuktól megfosztott hélium atomokat lőtt vékony fémfóliára. A fóliáról teljes visszaverődést szenvedő,



7. ábra Ernst Rutherford

valamint a rajta akadálytalanul áthatoló magok aránya azt mutatta, hogy a Thomson-féle atommodell helytelen.

A kapott eredmények azt mutatták, hogy az atomban a pozitív töltés csak egy „kicsiny” térrészbe, egy kb. 10-15 m átmérőjű gömbbe koncentrálódik. Ezen kísérleti tény alapján Rutherford egy új atommodellt alkotott. Ezt a modellt Naprendszer-modellnek is nevezik, miután benne a továbbra is pontszerűnek képelt elektronok, a Coulomb vonzás következtében, a pozitív töltésű atommag körül keringenek egy kb. 10^{-10} m sugarú pályán.

Rutherford a hidrogén atom magját "protonnak" (görög: protosz - "első előtt álló") nevezte el. Rutherford tudta, hogy atommodellje nem lehet helyes, mivel, ha az elektron kering az atommag körül, akkor centripetális gyorsulással rendelkezik. Ekkor azonban, az elektrodinamika törvényei szerint, elektromágneses hullámot kellene gerjesztenie és így energiát kellene állandóan kisugároznia. Ilyen módon pályájának sugara egyre kisebb lenne, míg végül belezuhanna a magba.

2.5.3. Az atomok vonalas spektruma

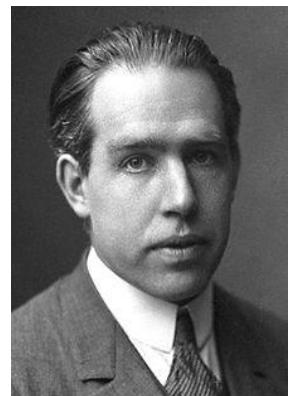
A századfordulóra elegendő spektroszkópiai megfigyelés gyűlt össze, melyek azt mutatták, hogy bizonyos körülmények között az atomok speciálisan rájuk jellemző diszkrét frekvencia-eloszlású elektromágneses hullámot bocsátanak ki.

Eleinte a legegyszerűbb atom, a hidrogén vizsgálatával foglalkoztak. Ekkoriban mindössze négy látható vonalat ismeretek, amelyek között Johann Jacob Balmer ismerte fel az alábbi összefüggést 1885-ben:

$$\nu = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right), \text{ ahol } \nu \text{ a kisugárzott frekvencia, } R \text{ a Rydberg-állandó, } n=3,4,5,6.$$

A spektroszkópia fejlődésével a későbbiekben a hidrogén többi vonal is láthatóvá vált, de a Balmer-formula ezek leírását is lehetővé tette.

A vonalak megjelenésének magyarázatára azonban 1913. áprilisáig várni kellett. Ekkor egy fiatal a Balmer-formulával egyidős dán fizikus Niels Bohr (8. ábra) három egyszerű posztulátum segítségével magyarázatot adott a fenti jelenségekre.



8. ábra Niels Bohr

A Bohr alapfeltevései a következők.

- 1.) Az elektron a hidrogén atomban csak meghatározott energiájú pályákon tud sugárzás nélkül keringeni. → Léteznek stabil körpályák.
- 2.) Ha az elektron egy magasabb energiájú pályáról egy alacsonyabb energiájú pályára kerül át, akkor az energia különbséget egy hv energiájú foton kibocsátásával leadja.
- 3.) Csak azok a körpályák lehetnek stabilak, amelyen az elektron pályamozgásból adódó perdülete a hatáskvantum egész számú többszöröse.

Később megszületett a modell egy továbbfejlesztett változata is, amelyben az elektron ellipszis pályákon is mozoghatott. Ez volt a Bohr- Sommerfeld modell.

N. Bohr a fizikai Nobel-díjat 1922-ben kapta meg, az indoklás szerint: "Az atomok szerkezetének és az azokból eredő sugárzásoknak a vizsgálataiért."

2.5.4. de-Broglie és a vezérhullám

Louis de-Broglie (9. ábra) 1923-ban egy merőben új elgondolással állt elő, melyet, mint azt látni fogjuk a kor fizikusai örömmel fogadtak. de-Broglie elképzelésében, hogy ha a az elektromágneses tér mind hullámszerű tulajdonságot mind részecske jellegű tulajdonságot is mutat, akkor ezt megfordíthatjuk és az elektronokhoz valamiféle hullám rendelhetünk. Hogy mi indította erre a gondolatra? Lássuk, hogyan gondolt erre vissza később:



9. ábra Louis de-Broglie

„Minthogy a fényelmélet keretében össze kellett házasítani a megfelelően értelmezett hullám- és részecske-fogalmat, szükségszerűen felmerült a következő kérdés: Vajon az elektronnak, akárcsak a fénynek, a jól ismert korpuszkuláris természetén kívül nincsen-e hullám természete is, amely a hullámoptikához hasonló jelenségekben nyilvánul meg?” 1923-ban „ennek a kérdésnek a felvetése igen merész dolog volt, mert akkor még semmi sem mutatott arra, hogy az elektronnak hullámtermészete is van. De ha az ember elgondolkozott a kvantumelmélet által bevezetett új fogalmakon, akkor lehetett találni néhány bizonyítékot, amely az elgondolás helyessége mellett szólt.”

Miért szerették a fizikusok az új képet? Mert általa a Bohr féle harmadik posztulátum szemléletes jelentést kapott. Nevezetesen csak azok a pályák stabilak, amelyeken az elektronhoz rendelt "vezérhullám" önmagával interferálva állóhullámot alakít ki. Ekkorra a fizikusok ismerték a hullámok leírását, biztos matematikai eszközök álltak rendelkezésükre a témában.

de-Broglie feltevéseit Davisson és Germer 1927-ben kísérletileg is igazolták, így 1929-ben de-Broglie fizikai Nobel-díjat kapott „az elektron hullámtermészetének a felfedezéséért”.

A fenti igen szemléletes képpel kapcsolatosan egyetlen, ámde annál nagyobb probléma foglalkoztatta a kor tudósait: valójában mi is az, ami „hullámzik”?!

2.5.5. A Schrödinger egyenlet és a hullámfüggvény

1926-ban Ervin Schrödinger (10. ábra) élénk érdeklődéssel fordult de Broglie doktori dolgozatának tárgya, a vezérhullám felé. Schrödingerben felmerült, hogy "Ha van hullám, akkor hullámegyenletnek is lennie kell!"

Az *Annalen der Physik* 1926 január, február, május és júniusi számában összesen négy cikk jelentett meg, amelyekben a témával foglalkozott. Ekkor született meg a híres Schrödinger egyenlet:

$$\hat{H}\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

Az egyenletet bonyolultsága miatt itt most nem kívánom részletezni, róla csak egy Marx Györgytől származó idézetet szeretnék leírni.



10. ábra Ervin Schrödinger

„Itt láthatják a táblán a nevezetes Schrödinger-féle hullámegyenletet. Ezt az egyenletet önök persze nem értik. Én sem értem. Schrödinger úr sem értette, de ez ne zavarja önöket. Én ezt majd minden óra elején felírom a táblára, és elmagyarázom, mire lehet használni. Önök pedig majd lassan hozzászoknak.” /Marx György, egyetemi tanár egyik előadásának kezdete/

Schrödingert az 1933. évi fizikai Nobel-díjjal tüntették ki.

2.5.6. Isten kockázik?!

Még mindig 1926-ot írtak, amikor egy a matematikában igen járatos fiatal fizikus Max Born (11. ábra) a hullámfüggvényt olyan módon értelmezte, amely a kvantummechanika axiómái közül a legnehezebben összeegyeztethető a klasszikus fizika elgondolásaival. A kor elismert fizikusai, Planck, Einstein, de Broglie, Schrödinger nem tudták elfogadni ezt az elméletet. Most vizsgáljuk meg, mi is lehetett ennyire elfogadhatatlan 1926-ban.



11. ábra Max Born

Born elmélete szerint a Ψ állapotfüggvény abszolútérték-négyzete megadja annak a valószínűségét, hogy a pontszerű elektron az \mathbf{r} helyvektor dV környezetében van (azaz ott megtalálható).

Kérdezhetnénk, hogy mi is ebben a megrázó, hiszen most megszűnt a "hullám-részecske kettősség,,. Pontszerű részecskék vannak és a kvantummechanika ezen pontszerű részecskék megtalálási valószínűségét határozza meg az időfüggő Schrödinger egyenlet segítségével. A problémát Born a következőképpen fogalmazta meg:

„Noha az új elmélet kísérletileg jól megalapozottnak látszik, mégis felvethető a kérdés, vajon az elmélet nem tehető-e ismét determinisztikussá a jövőben, további kiterjesztéssel vagy finomítással? Erre ezt válaszolhatjuk: egzakt matematikai számításokkal bebizonyítható, hogy a kvantummechanika ma elfogadott formalizmusa nem tesz lehetségessé ilyen kiegészítést.”

Így már érthetővé válik, hogy az addig determinisztikus világban élő fizikusok miért tiltakoztak minden tudásunkat latba vetve az új elmélet ellen.

S hogy végül, hogyan fogadták el ezt az elméletet?

Erre a választ egy Plancktól származó idézet segítségével szeretném megadni:

„Valamely tudományos igazság nem oly módon szokott érvényre jutni, hogy ellenfeleit meggyőzik és azok meggyőzöttek jelentik ki magukat, hanem inkább úgy, hogy az ellenfelek lassanként kihalnak és a következő generáció kezdetektől fogva ezt az igazságot ismeri meg.”

Planck gondolatait alátámasztja, hogy Born csak 1954-ben kapott fizikai Nobel-díjat. Ekkor ő (Born) 72 éves, míg De Broglie 62, Einstein 75, Schrödinger 67 éves volt. Planck pedig akkor már 7 éve halott volt.

A borni értelmezéssel megszületett a kvantummechanika utolsó axiómája is.

Azt hiszem, a fenti összeállítás képes vázlatos képet festeni a kvantummechanika alapgondolatainak születéséről, a természet megismerésének rögzös útjáról. Befejezőképpen megjegyezném, hogy a „kvantummechanika” elnevezést először Born használta 1924-ben.

Dolgozatomat egy Feynman–idézetrel szeretném zárni, mely jól jellemzi a kvantummechanikát:

„Egy időben az újságok azt írták, hogy a világon csak tizenkét ember érti a relativitás elméletét. Nem hiszem, hogy valaha is lett volna ilyen időszak. Elképzelhető olyan időpont, amikor csak egyetlen ember értette, mert ő volt az, aki kitalálta, de még nem írta le. Amint azonban az emberek elolvasták közleményét, ilyen vagy olyan módon sokan megértették, bizonyosan többen, mint tizenketten. Másrészt viszont azt hiszem, nyugodtan elmondhatom: a kvantummechanikát senki sem érti. „

3. Irodalomjegyzék

- [1.] Simonyi Károly: A fizika kultúrtörténete, Gondolat Kiadó, Budapest, 1978
- [2.]A kvantummechanika klasszikusai, szerkesztette: Fényes Imre, Stúdium Könyvek, Gondolat Kiadó, Budapest, 1966
- [3.]Dr. Mihály György: Szilárdtestfizika alapjai jegyzet,
http://dept.phy.bme.hu/education/szilfiz_i.html
- [4.]Dr. Kertész János: A statisztikus fizika alapjai jegyzet,
<http://www.phy.bme.hu/~kerteszh/teach2.html>
- [5.]Dr. Orosz László: Kvantummechanika 1-2 jegyzet,
<http://dept.phy.bme.hu/staff/orosz/orosz.html>
- [6.]Dr. Tóth András: Bevezetés a termodinamikába, Műegyetemi Kiadó, Budapest, 2001
- [7.]Kvantummechanika, szerkesztette: Jánossy Lajos, Akadémiai Kiadó, Budapest 1971
- [8.]Papp Ildikó: A termikus sugárzás felhasználása az orvosdiagnosztikában, Pannon Palatinus, 2010, <http://pannonpalatinus.hu/index.php?mit=cikk&kat=3&id=43>
- [9.]<http://hu.wikipedia.org/wiki/Schr%C3%B6dinger-egyenlet>